

# Concurso Nacional de Matemáticas Pierre Fermat.

Octubre de 2006

## Examen para nivel secundaria (Primera etapa).

**Instrucciones:** Las respuestas del examen se asentarán en la hoja de respuestas anexa, la cual deberá ser entregada junto con el examen.

**Duración del examen:** Tres horas.

**Problema 1** Considere los siguientes conjuntos:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 6, 7, 8, 9\}$  y  $C = \{0, 3, 5, 7, 9\}$ . Entonces, ¿el conjunto  $(A \cap B) \cap (A \cup C)$  es?

- a)  $\emptyset \cap \{2, 2, 3\}$                       b)  $\emptyset \cup \{2, 3, 3\}$                       c)  $\emptyset$ .

**Problema 2** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de los números 150, 375, 450 y 750?

- a) 15                      b) 75                      c) 2250.

**Problema 3** ¿Cuál es la parte entera de  $\sqrt{127}$ ?

- a) 10                      b) 11                      c) 12.

**Problema 4** Dentro de la recta numérica, ¿entre qué números se encuentra el número  $1\frac{2}{15}$ ?

- a) 1.12 y 1.13                      b) 1.132 y 1.133                      c) 1.133 y 1.334.

**Problema 5** ¿Cuál de los números  $4\frac{2}{3}$ ,  $4\frac{4}{5}$ ,  $4\frac{4}{7}$  es mayor?

- a)  $4\frac{2}{3}$                       b)  $4\frac{4}{5}$                       c)  $4\frac{4}{7}$ .

**Problema 6** Considere el número 20497, el cual como sabemos está representado en base 10. ¿Cuál es la representación de este número en base 4?

- a) 11000101                      b) 30200110                      c) 1003023.

**Problema 7** Un número natural es divisible entre 4 si:

- a)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{las dos últimas cifras} \\ \text{son cero ó} \\ \text{forman un número} \\ \text{divisible por 4} \end{array} \right.$                       b)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{la última cifra} \\ \text{es cero ó} \\ \text{es un número} \\ \text{divisible por 4} \end{array} \right.$                       c) Ninguna de las anteriores.

Problema 8 *Un reloj adelanta 14 minutos por día. ¿Cuánto adelanta en  $\frac{1}{4}$  de hora?*  
 a)  $8\frac{1}{4}$  seg                                      b)  $8\frac{1}{2}$  seg                                      c)  $8\frac{3}{4}$  seg.

Problema 9 *Se desea dividir un terreno de  $475\text{ m}^2$  en dos secciones que estén a razón de 5 y 7. ¿Cuánto debe de medir la sección más pequeña?*  
 a)  $197\frac{11}{12}\text{ m}^2$                                       b)  $95\text{ m}^2$                                       c)  $67\frac{6}{7}\text{ m}^2$ .

Problema 10 *En un mapa de un poblado, dibujado a escala 1 : 100000, la distancia entre una de sus iglesias y la alcaldía es de 12 cm. ¿Qué distancia real hay entre estos dos lugares?*  
 a) 1200 m                                      b) 12 km                                      c) 1.2 km.

Problema 11 *Juán tiene 25 años, y hace 16 años tenía tres cuartas partes de la edad de Carlos en ese momento. ¿Cuál es la edad actual de Carlos?*  
 a) 28 años                                      b) 33 años                                      c) 35 años.

Problema 12 *Un tren recorre cierta distancia en 10 horas a 40 km/h. ¿Qué velocidad deberá llevar para recorrer la misma distancia pero ahora en 8 horas?*  
 a) 32 km/h                                      b) 45 km/h                                      c) 50 km/h.

Problema 13 *La suma de los siguientes números denominados es:*

$$\begin{array}{r}
 9 \text{ años} \quad 6 \text{ meses} \quad 21 \text{ días} \quad 23 \text{ horas} \\
 + \quad 7 \text{ años} \quad 8 \text{ meses} \quad 29 \text{ días} \quad 6 \text{ horas} \\
 \hline
 5 \text{ años} \quad 10 \text{ meses} \quad 14 \text{ días} \quad 12 \text{ horas}
 \end{array}$$

- a) 23 años 2 meses 5 días 17 horas                                      b) 22 años 2 meses 5 días 17 horas  
 c) 22 años 11 meses 5 días 17 horas.

**Nota:** En este problema todos los meses se consideran de 30 días.

Problema 14 *La simplificación de la expresión algebraica:*

$$(10x^2 - 4x) - (7x^2 - 2x - 1)$$

es:

- a)  $3x^2 - 2x + 1$                                       b)  $3x^2 - 6x - 1$                                       c)  $3x^2 - 2x - 1$ .

Problema 15 La factorización de la expresión algebraica  $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy$  es:

- a)  $(x-y+z)(x+y-z)$                       b)  $(x+y-z)(x+y+z)$                       c)  $(x-y+z)(x+y+z)$ .

Problema 16 ¿Cuál es la solución  $x$  de la siguiente ecuación?

$$\frac{x}{\frac{1}{x} + 2} = 2x - 1$$

- a)  $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$                       b)  $x = \pm \sqrt{3}$                       c)  $x = \pm \frac{3}{\sqrt{3}}$ .

Problema 17 ¿Cuál es la simplificación de la siguiente fracción?

$$\frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 - 10x + 16} \div \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 9x + 14}$$

- a)  $\frac{x-7}{x+1}$                       b)  $\frac{x+7}{x-1}$                       c)  $\frac{x+1}{x-7}$ .

Problema 18 ¿Cuál es la simplificación de la siguiente expresión algebraica?

$$\left( \frac{\alpha^{7/6} \beta^{1/3}}{\alpha^{9/7} \beta^{5/14}} \right)^{42}$$

- a)  $\frac{\alpha^5}{\beta}$                       b)  $\frac{\beta}{\alpha^5}$                       c)  $\frac{1}{\alpha^5 \beta}$ .

Problema 19 ¿Cuál es el resultado del producto de la siguiente expresión algebraica?

$$\left( \sqrt[3]{a^6 b^7} - \sqrt[5]{x^{15} y^2} \right) \left( \sqrt[3]{a^6 b^7} + \sqrt[5]{x^{15} y^2} \right)$$

- a)  $a^2 \sqrt[3]{b^{14}} - x^4 \sqrt[5]{y^6}$                       b)  $a^4 \sqrt[3]{b^{14}} - x^6 \sqrt[5]{y^4}$                       c)  $a^4 \sqrt[3]{b^{14}} - x^4 \sqrt[5]{y^6}$ .

Problema 20 ¿Cuál es la simplificación de la siguiente expresión algebraica?

$$\sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{y^2 - x^2}\right)^3}$$

- a)  $\frac{y^2 \sqrt{y^2 - x^2}}{(y^2 - x^2)^2}$                       b)  $\frac{y^3 \sqrt{y^2 - x^2}}{(y^2 - x^2)^2}$                       c)  $\frac{x^3 \sqrt{y^2 - x^2}}{(y^2 - x^2)^2}$ .

Problema 21 *Determinar cuál de las siguientes opciones es una solución del sistema de ecuaciones:*

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2y &= 5 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

a) 
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{22}}{3} \\ y = \frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{22}}{3} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} - \frac{5\sqrt{22}}{3} \\ y = \frac{4}{3} + \frac{5\sqrt{22}}{3} \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{22}}{3} \\ y = \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{22}}{3} \end{cases}$$

Problema 22 *¿Cuál es el valor de  $x$  para que se cumpla la ecuación  $\log_{1/64}(x) = \frac{5}{6}$ ?*

a)  $\frac{1}{64}$

b)  $\frac{1}{16}$

c)  $\frac{1}{32}$ .

Problema 23 *¿Cuál es la simplificación de la expresión algebraica*

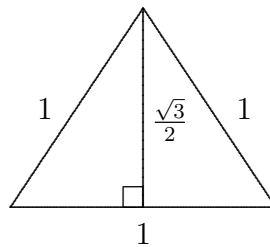
$$\log(x^2 - y^2) - \log(x - y) + \log(x)?$$

a)  $\log(x^2 - y^2 - y)$

b)  $\log(x^2 + xy)$

c)  $\frac{\log(x^2 - y^2) \log(x)}{\log(x - y)}$ .

Problema 24 *En un triángulo equilátero de 1 m por lado, como se muestra en la figura de abajo, ¿cuál es el valor del seno de cualesquiera de sus ángulos?*



a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

c)  $\frac{1}{2}$ .

Problema 25 *En un hexágono regular que mide 14 cm por lado, ¿cuánto mide su apotema?*

a) 7 cm

b)  $14\sqrt{3}$  cm

c)  $7\sqrt{3}$  cm.

Problema 26 *Los gastos de una excursión son de \$ 120.00. Si dejan de ir 6 personas, cada una de las restantes tendrán que pagar \$ 10.00 más. ¿Cuántas personas van a ir a la excursión y cuánto paga cada una de ellas?*

a) 24 personas,  
\$ 5.00

b) 12 personas,  
\$ 10.00

c) 6 personas,  
\$ 20.00

Problema 27 Una persona invierte en un banco la cantidad de \$ 5000.00 a plazo fijo. Si en 32 días recibe de intereses \$ 13.00 por el capital invertido, ¿cuánto es el interés anual (365 días por año) que está pagando el banco a plazo fijo?

a) 2.56%

b) 2.97%

c) 2.34%.

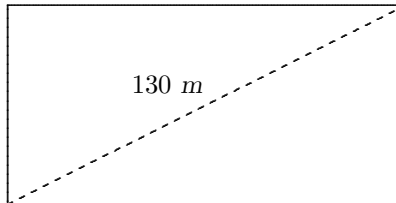
Problema 28 Encuentre la altura de un cono cuyo volumen es de  $20 \text{ m}^3$  y área de la base  $4 \text{ m}^2$ .

a) 15 m

b) 5 m

c) 10 m.

Problema 29 Se tiene un terreno rectangular cuyo perímetro es de 360 m y la medida de su diagonal es de 130 m, como se muestra en la figura:



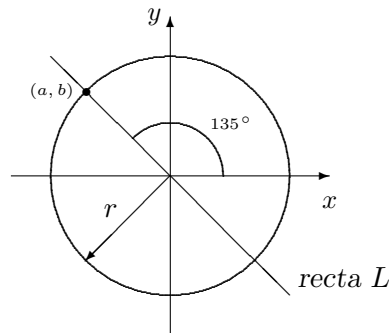
¿Cuál es el área del terreno?

a)  $7750 \text{ m}^2$

b)  $7930 \text{ m}^2$

c)  $7685 \text{ m}^2$ .

Problema 30 El punto de coordenadas  $(a, b)$  es un punto de intersección de la circunferencia centrada en el origen de radio  $r$  y la recta  $L$ , esta última haciendo un ángulo con de  $135^\circ$  con respecto a la parte positiva del eje  $X$  como se muestra en la figura de abajo. ¿Cuáles son las coordenadas de este punto?



a)  $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}r, \frac{3\sqrt{2}}{2}r\right)$

b)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$

c)  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}r, \frac{\sqrt{2}}{2}r\right)$ .