



# XXI CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS PIERRE FERMAT

2017

## Examen para Nivel Bachillerato (Eliminatoria)

### INSTRUCCIONES

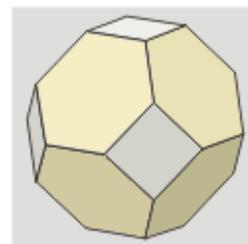
No utilizar teléfono celular (deberá estar apagado), calculadora o cualquier otro medio electrónico con el cual se puedan realizar operaciones aritméticas. No hay sugerencias a los problemas. Cualquier pregunta deberá estar relacionada con la redacción del problema y/o con alguna duda sobre el conocimiento propio de la matemática. Deberá contestar los siguientes problemas de opción múltiple. Las respuestas del examen se asentaran en la hoja de respuestas anexa.

**DURACIÓN DEL EXAMEN:** Tres horas.

- Juan y Pedro compiten en la carrera de 100 mts. Pedro corre la distancia en medio minuto y Juan la corre en la centésima parte de una hora. ¿ Quién corre más rápido? y ¿cuál es la diferencia de tiempo?  
a) Pedro, 36 segundos    b) Juan, 24 segundos    c) Pedro, 6 segundos    d) Pedro, 4 segundos
- Pedro tiene una caja de zapatos llena de cubitos de madera. Le quita la capa superior, que tiene 77 cubitos. Luego le quita una de las capas laterales que son 55 cubitos. Finalmente quita la capa frontal. ¿Cuántos cubitos quedan en la caja?  
a) 203    b) 256    c) 300    d) 295
- Si vemos el número "2017" en un espejo su reflejo será:  
a) **2017**    b) **7102**    c) **2017**    d) **7017**
- Sean  $a = 9 - (-6)$ ,  $b = (-3)(-5)$ ,  $c = 2 - 17$ ,  $d = 0 - (-15)$  y  $e = (-45) \div (-3)$ , ¿cuántos de estos resultados no son iguales a 15?  
a) 0    b) 1    c) 2    d) 4
- Si el promedio de edades de los padres de Pedro es de 42 años y la madre de Pedro es 6 años menor que el padre. Si la media de las edades de Pedro y de su padre es 30 años. ¿Cuántos años tiene Pedro?  
a) 6 años    b) 19 años    c) 15 años    d) 13 años

6. Un octaedro tiene todos sus vértices recortados, como se muestra en la figura. ¿Cuántas aristas tiene el sólido resultante?

- a) 26      b) 30      c) 36      d) 40

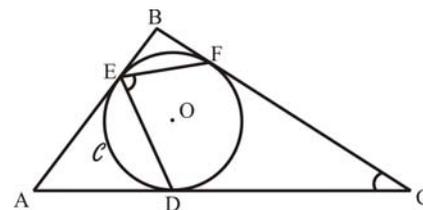


7. Los enteros positivos  $a$  y  $b$ ,  $a > b$ , no tienen divisores comunes mayores que 1, y  $ab = 300$ . ¿Cuántos pares  $(a, b)$  distintos satisfacen estas condiciones?

- a) 1      b) 4      c) 3      d) 9

8. La figura muestra el triángulo  $\triangle ABC$  y el círculo  $\mathcal{C}$  de centro  $O$  inscrito en el triángulo.  $D, E, F$  son los puntos donde el círculo es tangente a los lados del triángulo. Si  $\sphericalangle DCF = 44^\circ$ , ¿cuánto mide  $\sphericalangle DEF$ ?

- a) 46      b) 58      c) 68      d) no se puede determinar.

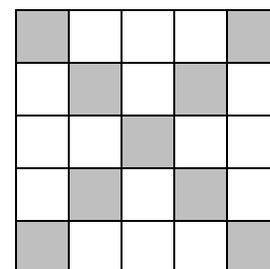


9. Una pirámide tiene 7 caras. ¿Cuántas aristas tiene?

- a) 12      b) 9      c) 8      d) 18

10. En un cuadrado de lado 2017, los cuadritos son de lado 1, las diagonales están coloreadas (como en la figura, donde el cuadrado tiene lado 5). ¿Cuál es el área blanca?

- a)  $2016^2$       b)  $2016 \times 2015$       c)  $2017^2$       d)  $2017 \times 2018$

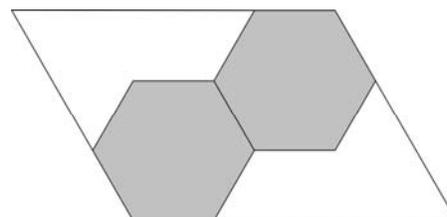


11. ¿Cuál es el residuo al dividir  $2^{25}3^{14}7^{32} - 5$  por 14?

- a) 0      b) 9      c) 5      d) 8

12. En la figura los dos hexágonos regulares son iguales. ¿Qué fracción del área del paralelogramo es el área en blanco?

- a)  $\frac{1}{2}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{1}{5}$



13. El único entero  $n$  tal que  $\left[ (2^{2^n} + 1)(2^{2^n} - 1) + 1 \right]^{\frac{1}{2}} = 256$  está contenido en el conjunto:

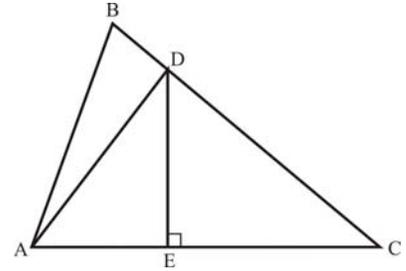
- a)  $\{1, 2, 3\}$       b)  $\{4, 5, 6\}$       c)  $\{7, 8, 9\}$       d)  $\{10, 11, 12\}$

14. Sara para su tarea tiene que resolver 40 preguntas. Su madre le ofrece \$5 por cada pregunta que contesta correctamente, pero Sara debe pagar \$10 por cada respuesta incorrecta. Después de contestar a todas las preguntas, Sara recibe \$20 de su madre. ¿Cuántas preguntas contestó correctamente?

- a) 25      b) 26      c) 27      d) 28

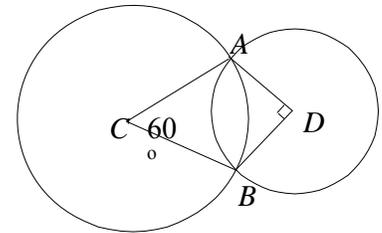
15. La figura muestra un triángulo isósceles  $\triangle ABC$ , con  $AC = BC$ . Si  $ED$  es perpendicular a  $AC$ , el ángulo  $\sphericalangle ADB$  es  $100^\circ$  y el ángulo  $\sphericalangle CAD$  es  $30^\circ$  entonces ¿cuánto mide el ángulo  $\sphericalangle DAB$ ?

- a)  $30^\circ$       b)  $25^\circ$       c)  $15^\circ$       d)  $20^\circ$



16. Las circunferencias de centros  $C$  y  $D$  se cortan en los puntos  $A$  y  $B$ , como se ve en la figura. El ángulo  $\sphericalangle ABC = 60^\circ$  y el ángulo  $\sphericalangle ADB = 90^\circ$ . ¿Cuál es la razón del radio del círculo mayor al del menor?

- a) 4:3      b)  $(2^{1/2}):1$       c) 3:2      d)  $\sqrt{3}:1$



17. La representación decimal de un número de cinco cifras  $abcde$  tiene la propiedad de que a partir de la tercera es igual a la suma de las dos cifras anteriores. ¿Cuántos números de seis cifras tienen esta propiedad?

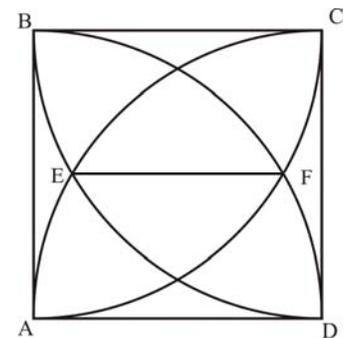
- a) 5      b) 1      c) 2      d) 3

18. El factorial de un número natural  $n$  es el producto  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ . Si  $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ , entonces  $n$  es:

- a) 13      b) 14      c) 15      d) 16

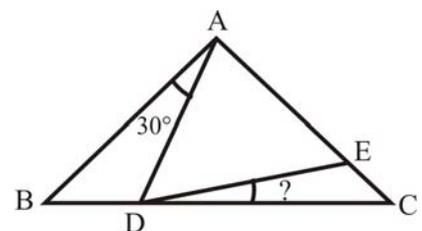
19. En la figura  $ABCD$  es un cuadrado de lado 1 y los cuartos de círculo tienen centros en  $A, B, C$  y  $D$ . ¿Cuál es la longitud de  $PQ$ ?

- a)  $\sqrt{3} - 1$       b)  $\frac{3}{4}$       c)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$       d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



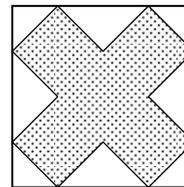
20. En el triángulo  $\triangle ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $AD = AE$  y  $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $\sphericalangle CDE$ ?

- a)  $10^\circ$       b)  $15^\circ$       c)  $20^\circ$       d)  $25^\circ$



21. En la figura, la cruz tiene un perímetro de 12 unidades (u) ¿Cuál es el área del cuadrado?

- a)  $24 u^2$       b)  $18 u^2$       c)  $8 u^2$       d)  $3 u^2$



22. El valor de la expresión  $\sin^8(75^\circ) - \cos^8(75^\circ)$  es:

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       b)  $\sqrt{3}$       c)  $\frac{7\sqrt{3}}{16}$       d) 1

23. Consideremos un cubo de lado 2 y una esfera  $S$  con centro en el centro del cubo. Sea  $C$  el conjunto de los puntos de la superficie del cubo y  $S$  el conjunto de los puntos de la superficie de la esfera. El conjunto  $C \cap S$  consta de seis circunferencias si y sólo si el radio  $r$  de la esfera verifica las desigualdades

- a)  $1 < r \leq \sqrt{2}$       b)  $1 \leq r < \sqrt{2}$       c)  $r \leq \sqrt{2}$       d)  $1 < r < \sqrt{3}$

24. La suma de las raíces del conjunto de ecuaciones dado por la igualdad  $||1 - |x|| - 5| = 6 - \frac{x^2}{3}$  es:

- a) 0      b) 4      c) 2      d) otro valor

25. Los enteros positivos  $x$  e  $y$  no tienen divisores comunes mayores que 1, y se cumple que  $xy = 350$ . ¿Cuál es el menor valor posible para  $x + y$ ?

- a) 30      b) 35      c) 39      d) 56